

Bestimmung der Dichte eines festen Körpers aus dem Auftrieb in Flüssigkeiten

Versuchsprotokoll

Tobias Brinkert
eMail: <t.brinkert@semibyte.de>
Homepage: <www.semibyte.de>

27.05.2005
Version: 1.3

Inhaltsverzeichnis

1. Aufgabenstellung	2
2. Grundlagen	2
3. verwendete Geräte	2
4. untersuchte Gegenstände	3
5. Arbeitsausführung	3
6. Meßprotokolle	3
6.1 Meßprotokoll Objekt 1	3
6.2 Meßprotokoll Objekt 2	3
6.3 Meßprotokoll Objekt 3	4
7. Berechnung der Ergebnisse	4
7.1 Berechnung der Dichte von Wasser	4
7.2 Berechnung der Dichten der Probekörper	4
7.3 Berechnung der Mittelwerte	5
8. Fehlerrechnung	5
9. Ergebnis	6

1. Aufgabenstellung

Bestimmung der Dichte eines festen Körpers aus dem Auftrieb in Flüssigkeiten.

2. Grundlagen

Um die als Quotient aus Masse und Volumen definierte Dichte eines Körpers zu bestimmen, muß man die Größen Masse und Volumen ermitteln. Die Masse eines Körpers läßt sich durch Wägung sehr genau ermitteln. Bei unregelmäßig geformten Körpern eignet sich in vielen Fällen zur Bestimmung des Volumens, eine unmittelbare Volumenmessung ist nicht möglich, die Auftriebskraft, die ein Körper erfährt, wenn man ihn in eine Flüssigkeit der Dichte ρ_{Fl} taucht.

$$F_A = V \cdot \rho_{Fl} \cdot g \quad (1)$$

Andererseits ist die Auftriebskraft gleich der Differenz der Gewichtskraft des Körpers in Luft und der Gewichtskraft des in die Flüssigkeit getauchten Körpers:

$$F_A = (m_L - m_{Fl}) \cdot g \quad (2)$$

Da die Auftriebskraft zugleich die Gewichtskraft der verdrängten Flüssigkeit ist, erhält man:

$$V \cdot \rho_{Fl} \cdot g = (m_L - m_{Fl}) \cdot g \quad (3)$$

Daraus ergibt sich das Volumen des eingetauchten Körpers.

$$V = \frac{m_L - m_{Fl}}{\rho_{Fl}} \quad (4)$$

Die Dichte des zu untersuchenden Körpers errechnet sich aus:

$$\rho = \frac{m_L}{V} \quad (5)$$

Unter Verwendung von Gleichung 4.) kann die gesuchte Dichte berechnet werden.

$$\rho = \frac{\rho_{Fl} \cdot m_L}{m_L - m_{Fl}} \quad (6)$$

3. verwendete Geräte

- Hydrostatische Waage: Cent-O-Gram balance; $0 - 311 \text{ g} \pm 0,01 \text{ g}$; Nr. 6619
- Thermometer: TTX 181; $(-55 - +180)^\circ \text{C} \pm 0,1^\circ \text{C}$
- Becherglas

4. untersuchte Gegenstände

- Probekörper Nr. 12 (Objekt 1)
- Probekörper Nr. 7 (Objekt 2)
- Probekörper Nr. 16 (Objekt 3)
- dest. Wasser

5. Arbeitsausführung

- den festen Körper in Luft auf 10 mg genau wägen;
- den Körper vollständig in dest. Wasser eintauchen, von anhaftenden Luftbläschen befreien und ihn wägen;
- die Temperatur des dest. Wassers messen und durch interpolieren die Dichte bei dieser Temperatur ermitteln;
- alle Meßwerte in ein Protokoll eintragen;
- einen Bericht mit einer Fehlerrechnung anfertigen;

6. Meßprotokolle

6.1 Meßprotokoll Objekt 1

i	$m_L [g]$	$m_{Fl} [g]$	$\vartheta_{Fl} [^{\circ}C]$	$\rho_{Fl} \frac{g}{cm^3}$	$\rho \frac{g}{cm^3}$
1	4,35	2,44	20,6	0,998078	2,27
2	4,34	2,44	21,0	0,997994	2,28
3	4,35	2,45	21,1	0,997972	2,28
4	4,34	2,43	20,6	0,998078	2,27
5	4,35	2,43	20,7	0,998057	2,26

6.2 Meßprotokoll Objekt 2

i	$m_L [g]$	$m_{Fl} [g]$	$\vartheta_{Fl} [^{\circ}C]$	$\rho_{Fl} \frac{g}{cm^3}$	$\rho \frac{g}{cm^3}$
1	12,51	11,05	20,8	0,998036	8,55
2	12,51	11,04	21,0	0,997994	8,49
3	12,50	11,05	21,1	0,997972	8,60
4	12,50	11,03	20,4	0,998121	8,49
5	12,51	11,05	20,5	0,998100	8,55

6.3 Meßprotokoll Objekt 3

i	$m_L [g]$	$m_{Fl} [g]$	$\vartheta_{Fl} [^{\circ}C]$	$\rho_{Fl} \frac{g}{cm^3}$	$\rho \frac{g}{cm^3}$
1	2,14	0,66	21,0	0,997994	1,44
2	2,15	0,66	21,0	0,997994	1,44
3	2,15	0,65	21,1	0,997972	1,43
4	2,15	0,66	21,2	0,997950	1,44
5	2,14	0,66	20,6	0,998078	1,44

i = Nummer der Messung

m_L = Masse des festen Körpers in Luft in g

m_{Fl} = Masse des in dest. Wasser getauchten Körpers in g

ϑ_{Fl} = Temperatur des dest. Wassers in $^{\circ}C$

ρ_{Fl} = Dichte des Wassers in Abhängigkeit der Temperatur in $\frac{g}{cm^3}$

ρ = Dichte des festen Körpers in $\frac{g}{cm^3}$

7. Berechnung der Ergebnisse

7.1 Berechnung der Dichte von Wasser

Die Dichte des Wassers wurde in Abhängigkeit der Temperatur durch Interpolation ermittelt. basis war Kuchling, Tabelle 15, Seite 619.

7.2 Berechnung der Dichten der Probekörper

Die Dichte eines festen Körpers aus dem Auftrieb in Flüssigkeiten läßt sich mit Hilfe der Formel

$$\rho = \frac{\rho_{Fl} \cdot m_L}{m_L - m_{Fl}}$$

ermitteln.

Beispielrechnungen für Objekt 1, i_1 :

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{0,998078 \frac{g}{cm^3} \cdot 4,35g}{4,35g - 2,44g} \\ \rho &= 2,27 \frac{g}{cm^3}\end{aligned}$$

Beispielrechnungen für Objekt 2, i_1 :

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{0,998036 \frac{g}{cm^3} \cdot 12,51g}{12,51g - 11,05g} \\ \rho &= 8,55 \frac{g}{cm^3}\end{aligned}$$

Beispielrechnungen für Objekt 3, i_1 :

$$\rho = \frac{0,997994 \frac{g}{cm^3} \cdot 2,14g}{2,14g - 0,66g}$$
$$\rho = 1,44 \frac{g}{cm^3}$$

7.3 Berechnung der Mittelwerte

Es gilt $\bar{x} = \sum x_i \cdot n^{-1}$.

- für Objekt 1:

$$\overline{m_L} = \frac{4,35g + 4,34g + 4,35g + 4,34g + 4,35g}{5}$$
$$\overline{m_L} = 4,35g$$
$$\overline{m_{Fl}} = \frac{2,44g + 2,44g + 2,45g + 2,43g + 2,43g}{5}$$
$$\overline{m_{Fl}} = 2,44g$$
$$\bar{\rho} = \frac{2,27 \frac{g}{cm^3} + 2,28 \frac{g}{cm^3} + 2,28 \frac{g}{cm^3} + 2,27 \frac{g}{cm^3} + 2,26 \frac{g}{cm^3}}{5}$$
$$\bar{\rho} = 2,27 \frac{g}{cm^3}$$

- für Objekt 2:

$$\overline{m_L} = \frac{12,51g + 12,51g + 12,50g + 12,50g + 12,51g}{5}$$
$$\overline{m_L} = 12,51g$$
$$\overline{m_{Fl}} = \frac{11,05g + 11,04g + 11,05g + 11,03g + 11,05g}{5}$$
$$\overline{m_{Fl}} = 11,04g$$
$$\bar{\rho} = \frac{8,55 \frac{g}{cm^3} + 8,49 \frac{g}{cm^3} + 8,60 \frac{g}{cm^3} + 8,49 \frac{g}{cm^3} + 8,55 \frac{g}{cm^3}}{5}$$
$$\bar{\rho} = 8,54 \frac{g}{cm^3}$$

- für Objekt 3:

$$\overline{m_L} = \frac{2,14g + 2,15g + 2,15g + 2,15g + 2,14g}{5}$$
$$\overline{m_L} = 2,15g$$
$$\overline{m_{Fl}} = \frac{0,66g + 0,66g + 0,65g + 0,66g + 0,66g}{5}$$
$$\overline{m_{Fl}} = 0,66g$$
$$\bar{\rho} = \frac{1,44 \frac{g}{cm^3} + 1,44 \frac{g}{cm^3} + 1,43 \frac{g}{cm^3} + 1,44 \frac{g}{cm^3} + 1,44 \frac{g}{cm^3}}{5}$$
$$\bar{\rho} = 1,44 \frac{g}{cm^3}$$

8. Fehlerrechnung

Bei der Messung auf $10mg$ beträgt der absolute Fehler: $\Delta m_L = 0,01g$ und $\Delta(m_L - m_{Fl}) = 0,02g$. Der gesamte relative Fehler setzt sich additiv aus den beiden Einzelfehlern zusammen:

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{\Delta m_L}{m_L} + \frac{\Delta(m_L - m_{Fl})}{m_L - m_{Fl}}$$

Daraus folgt:

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{0,01g}{m_L} + \frac{0,02g}{m_L - m_{Fl}}$$

- Objekt 1:

$$\begin{aligned}\frac{\Delta \rho}{\rho} &= \frac{0,01g}{\overline{m}_L} + \frac{0,02g}{\overline{m}_L - \overline{m}_{Fl}} \\ \frac{\Delta \rho}{\rho} &= \frac{0,01g}{4,35g} + \frac{0,02g}{4,35g - 2,44g} \\ \frac{\Delta \rho}{\rho} &= \pm 1,3\%\end{aligned}$$

- Objekt 2:

$$\begin{aligned}\frac{\Delta \rho}{\rho} &= \frac{0,01g}{\overline{m}_L} + \frac{0,02g}{\overline{m}_L - \overline{m}_{Fl}} \\ \frac{\Delta \rho}{\rho} &= \frac{0,01g}{12,51g} + \frac{0,02g}{12,51g - 11,04g} \\ \frac{\Delta \rho}{\rho} &= \pm 1,4\%\end{aligned}$$

- Objekt 3:

$$\begin{aligned}\frac{\Delta \rho}{\rho} &= \frac{0,01g}{\overline{m}_L} + \frac{0,02g}{\overline{m}_L - \overline{m}_{Fl}} \\ \frac{\Delta \rho}{\rho} &= \frac{0,01g}{2,15g} + \frac{0,02g}{2,15g - 0,66g} \\ \frac{\Delta \rho}{\rho} &= \pm 1,8\%\end{aligned}$$

9. Ergebnis

Folgende Dichten für die 3 Probenkörper wurden anhand des errechneten Mittelwertes ermittelt:

- Objekt 1 (Probenkörper Nr. 12): $\rho = 2,27 \frac{g}{cm^3} \pm 1,3\%$
- Objekt 2 (Probenkörper Nr. 7): $\rho = 8,54 \frac{g}{cm^3} \pm 1,4\%$
- Objekt 3 (Probenkörper Nr. 16): $\rho = 1,44 \frac{g}{cm^3} \pm 1,8\%$

Liste der Versionen

Version	Datum	Bearbeiter	Bemerkung
0.9	26.11.1995	Bri	Versuchsdurchführung und Protokollerstellung
1.0	14.09.2003	Bri	Erster EDV-Satz des Protokolls
1.1	17.04.2004	Bri	Layoutänderungen des Protokolls
1.2	18.10.2004	Bri	Layoutänderungen des Protokolls
1.3	27.05.2005	Bri	Adressänderungen aufgrund Domainwechsel