

Bestimmung der Induktivität einer Spule durch Messung der Resonanzfrequenz in einem Parallelschwingkreis

Versuchsprotokoll

Tobias Krähling
eMail: <Tobias.Kraehling@SemiByte.de>
Homepage: <www.SemiByte.de>

22.04.2007
Version: 1.2

Inhaltsverzeichnis

1. Aufgabenstellung	2
2. Grundlagen	2
3. Arbeitsanweisung	2
4. Geräteliste	2
5. Schaltplan	3
6. Arbeitsausführung	3
7. Meßprotokoll	3
8. Berechnung der Spuleninduktivitäten	4
8.1 Spule Nr. 1	5
8.2 Spule Nr. 6	5
9. Fehlerrechnung	5
9.1 Berechnung der Mittelwerte	5
9.2 Berechnung der Standardabweichung	6
9.3 Test auf Ausreißer	6
9.4 Streubereich	6
9.5 Varianz	6
10. Ergebnis	7
11. Anmerkung	7

1. Aufgabenstellung

Bestimmung der Induktivität einer Spule durch Messung der Resonanzfrequenz in einem Parallelschwingkreis.

2. Grundlagen

In der Parallelschaltung von Spule und Kondensator ist im Resonanzfall die Eigenfrequenz des Schwingkreises gleich der anregenden Generatorfrequenz. Die Blindwiderstände sind von der Spule X_L und des Kondensators X_C gleich. Der Gesamtstrom erreicht sein Minimum.

$$f_0 = (2\pi \cdot \sqrt{LC})^{-1}$$

mit f_0 = Resonanzfrequenz, L = Induktivität der Spule und C = Kapazität des Kondensators.

Umstellen nach L ergibt

$$L = (4\pi^2 f_0^2 C)^{-1}$$

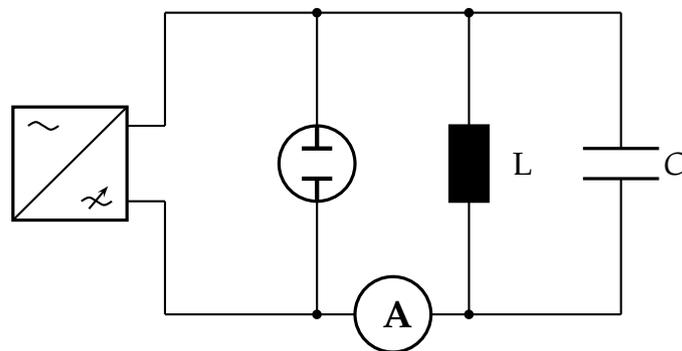
3. Arbeitsanweisung

In einem Parallelschwingkreis aus Spule und Kondensator ist das Minimum des Gesamtstroms durch verändern der Generatorfrequenz zu bestimmen. Die Schwingungsdauer der Resonanzfrequenz wird mit dem Oszilloskop gemessen.

4. Geräteliste

- 1 Frequenzgenerator
- 1 Oszilloskop
- 1 Amperemeter Siemens VMG2
- 1 Kapazitätsdekade Nr. 1, $\Delta C/C = 2\%$, $C_{Rest} = -50$ pF
- verschiedene Meßleitungen
- untersuchte Gegenstände
 - Spule Nr. 1 und Nr. 6

5. Schaltplan



6. Arbeitsausführung

1. Zeichnen des erforderlichen Schaltplans.
2. Aufbau der Meßschaltung mit den bereitgestellten Geräten.
3. Bei einer beliebigen Generatorspannung durch Veränderung der Generatorfrequenz das Minimum des Gesamtstroms einstellen.
4. Zur Einstellung des Minimums auch den Feineinsteller (Frequ. Offset) des Generators benutzen.
5. Schwingungsdauer der Resonanzfrequenz mit dem Oszilloskop so genau wie möglich messen.
6. Messung für verschiedene Kapazitäten zwischen 10 nF und 1000 nF durchführen.
7. Meßwerte in ein Protokoll eintragen.
8. Messungen mit anderen Spulen durchführen.
9. Anfertigen eines Versuchsprotokolls mit Fehlerrechnung.
10. Als Endergebnis ist die Induktivität der Spule anzugeben.

7. Meßprotokoll

i	$L - Nr.$	C [nF]	f_0 [Hz]	L [mH]	i	$L - Nr.$	C [nF]	f_0 [Hz]	L [mH]
1	1	1000	1538	10,71	30	1	85	5556	9,65
2	1	900	1667	10,13	31	1	75	5814	9,99
3	1	800	1724	10,65	32	1	65	6250	9,98
4	1	700	1852	10,55	33	1	55	6757	10,09
5	1	600	2000	10,55	34	1	45	7576	9,81
6	1	500	2222	10,26	35	1	35	8621	9,74
7	1	400	2500	10,13	36	1	25	10000	10,13
8	1	300	2941	9,76	37	1	15	13158	9,75
9	1	200	3571	9,93	38	1	5	23256	9,37
10	1	100	5000	10,13	39	6	10000	500	10,13
11	1	90	5263	10,16	40	6	9000	521	10,37
12	1	80	5556	10,26	41	6	8000	556	10,24
13	1	70	5882	10,46	42	6	7000	588	10,47
14	1	60	6579	9,75	43	6	6000	641	10,27
15	1	50	7355	9,37	44	6	5000	694	10,52
16	1	40	8065	9,74	45	6	4000	781	10,38
17	1	30	9259	9,85	46	6	3000	892	10,59
18	1	20	11905	8,94	47	6	2000	1111	10,26
19	1	10	16667	9,12	48	6	1000	1563	10,37
20	1	950	1613	10,25	49	6	900	1667	10,13
21	1	850	1695	10,37	50	6	800	1724	10,65
22	1	750	1786	10,59	51	6	700	1852	10,55
23	1	650	1923	10,54	52	6	600	2000	10,55
24	1	550	2083	10,61	53	6	500	2222	10,26
25	1	450	2273	10,90	54	6	400	2500	10,13
26	1	350	2632	10,45	55	6	300	2857	10,34
27	1	250	3125	10,38	56	6	200	3571	9,93
28	1	150	4167	9,73	57	6	100	5000	10,13
29	1	95	5208	9,83	58	6	10	16129	9,74

Legende

- i : laufende Nummer der Messung
- $L - Nr.$: Spulenummer
- C : Kondensatorkapazität in nF
- f_0 : Resonanzfrequenz in Hz
- L : Spuleninduktivität in mH

8. Berechnung der Spuleninduktivitäten

8.1 Spule Nr. 1

Beispielrechnung für i_1 :

$$f_{0,1} = 1538 \text{ Hz}$$

$$C_1 = 1000 \text{ nF} = 10^{-6} \text{ F}$$

$$L_1 = (4\pi^2 \cdot f_{0,1}^2 \cdot C_1)^{-1}$$

$$L_1 = (4\pi^2 \cdot (1538 \text{ Hz})^2 \cdot 10^{-6} \text{ F})^{-1}$$

$$L_1 = 10,71 \cdot 10^{-3} \text{ H}$$

$$L_1 = \mathbf{10,71 \text{ mH}}$$

8.2 Spule Nr. 6

Beispielrechnung für i_{39} :

$$f_{0,39} = 500 \text{ Hz}$$

$$C_{39} = 10000 \text{ nF} = 10^{-5} \text{ F}$$

$$L_{39} = (4\pi^2 \cdot f_{0,39}^2 \cdot C_{39})^{-1}$$

$$L_{39} = (4\pi^2 \cdot (500 \text{ Hz})^2 \cdot 10^{-5} \text{ F})^{-1}$$

$$L_{39} = 10,13 \cdot 10^{-3} \text{ H}$$

$$L_{39} = \mathbf{10,13 \text{ mH}}$$

9. Fehlerrechnung

9.1 Berechnung der Mittelwerte

für Spule Nr. 1:

$$\bar{L}_{L-Nr=1} = \frac{1}{38} \sum_{i=1}^{38} L_i = \mathbf{10,07 \text{ mH}}$$

für Spule Nr. 6:

$$\bar{L}_{L-Nr=6} = \frac{1}{20} \sum_{i=39}^{58} L_i = \mathbf{10,30 \text{ mH}}$$

9.2 Berechnung der Standardabweichung

für Spule Nr. 1 ($n = 38$):

$$s_{L-Nr=1} = \pm \sqrt{\sum_{i=1}^{38} (L_i - \bar{L}_{L-Nr=1})^2 (n-1)^{-1}} = \pm 4,492 \cdot 10^{-4} \text{ H}$$

für Spule Nr. 6 ($n = 20$):

$$s_{L-Nr=6} = \pm \sqrt{\sum_{i=39}^{58} (L_i - \bar{L}_{L-Nr=6})^2 (n-1)^{-1}} = \pm 2,295 \cdot 10^{-4} \text{ H}$$

9.3 Test auf Ausreißer

Die Messungen i_{18} , i_{19} , i_{25} und i_{58} werden mit dem r_m -Test nach Grubbs getestet. Nur für i_{58} ergab sich $r_m(90) \leq P_G < r_m(95)$, womit ein Ausreißer wahrscheinlich ist. Die anderen Messungen ergaben $P_G < r_m(90)$, womit ein Ausreißer nicht feststellbar ist.

$$P_G = \left| (x_i - \bar{x}) \cdot \frac{1}{s} \right|$$

$$P_{G_{i_{58}}} = 2,440$$

Die Messung i_{58} wird eliminiert und es ergeben sich dann:

$$L_{L-Nr=6} = 10,33 \text{ mH mit } n = 19$$

$$s_{L-Nr=6} = 1,923 \cdot 10^{-4} \text{ H}$$

9.4 Streubereich

Wird eine »statistische Sicherheit« von $S\% = 99\%$ gefordert, sind folgende $t_{(n)}$ -Werte zu berücksichtigen:

- für Spule Nr. 1: $t_{(n),L-Nr=1} = 2,58$
- für Spule Nr. 6: $t_{(n),L-Nr=6} = 3,25$

$$\text{Nr. 1: } T_{(n),L-Nr=1} = \pm t_{(n),L-Nr=1} \cdot s_{L-Nr=1} = \pm 11,59 \cdot 10^{-4} \text{ H}$$

$$\text{Nr. 6: } T_{(n),L-Nr=6} = \pm t_{(n),L-Nr=6} \cdot s_{L-Nr=6} = \pm 6,250 \cdot 10^{-4} \text{ H}$$

9.5 Varianz

$$V = \frac{T_{(n)}}{L} \cdot 100\%$$

$$V_{L-Nr=1} = \frac{T_{(n),L-Nr=1}}{L_{L-Nr=1}} \cdot 100\% = \pm 12\%$$

$$V_{L-Nr=6} = \frac{T_{(n),L-Nr=6}}{L_{L-Nr=6}} \cdot 100\% = \pm 6\%$$

10. Ergebnis

Bei einer statistischen Sicherheit von $S\% = 99\%$ beträgt die Induktivität der ersten Spule (Nr. 1) $L = 10 \text{ mH}(1 \pm 12\%)$ ($t_{(n)} = 2,58$) und der zweiten Spule (Nr. 6) $L = 10,3 \text{ mH}(1 \pm 6\%)$ ($t_{(n)} = 3,25$). Der Grubbs r_m -Test ergab, daß Messung i_{58} (Spule Nr. 6) gestrichen werden konnte.

11. Anmerkung

- $t_{(n)}$ -Werte aus: Kaiser/Specker (1955): Bewertung und Vergleich von Analyseverfahren, ISAS-Dortmund
- r_m -Werte aus: Gottschalk: Auswertung quantitativer Analysenergebnisse

Liste der Versionen

Version	Datum	Bearbeiter	Bemerkung
24.10.1996	0.9	Bri	Versuchsdurchführung
24.10.1996	1.0	Bri	Protokollerstellung
04.04.2006	1.1	Bri	Erster EDV-Satz des Protokolls
22.04.2007	1.2	Krä	Satz des Protokolls in \LaTeX