S1 – Momentangeschwindigkeit
Physikpraktikum

Tobias Krähling
eMail: <Tobias.Kraehling@SemiByte.de>
Homepage: <www.SemiByte.de>

08.03.2007
Version: 1.0

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung und Grundlagen

Das Physikpraktikum soll auf der einen Seite dazu dienen, »einfache« physikalische Zusammenhänge experimentell zu überprüfen, auf der anderen Seite wissenschaftliche Abläufe, Arbeitsweisen und Fehlerquellen beim praktischen Arbeiten darzulegen.

Beispielhaft wurde im Seminar ein Versuch zur gradlinigen Bewegung eines Körpers (hier auf einer Luftkissenbahn, um Reibungsverluste weitestgehend zu vermeiden) durchgeführt.

Legt ein Körper in gleichen Zeitintervallen jeweils die selbe Streckendifferenz zurück, so spricht man von einer gleichförmigen Bewegung. Ist die Bewegung geradlinig (also keine Rotation um eine Achse), so läßt sich die Geschwindigkeit als Quotienten aus zurückgelegtem Weg und benötigte Zeit bestimmen:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad [v] = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \tag{1}$$

Im $x(t)$-Diagramm entspricht die Geschwindigkeit der Steigung der Kurve. Der Weg kann (bei einer Startentfernung x_0) ausgedrückt werden als

$$x(t) = x_0 + vt \tag{2}$$

Wird der Körper gleichmäßig beschleunigt, d. h. die Geschwindigkeit ändert sich mit einem konstanten Wert pro Zeiteinheit, so folgt für den Ort:

$$x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \qquad (v_o = \text{Startgeschwindigkeit}) \tag{3}$$

Die Ableitung nach der Zeit gibt die Geschwindigkeit (Momentangeschwindigkeit):

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v(t) = at + v_0 \tag{4}$$

Praktisch kann man nur die Durchschnittsgeschwindigkeit messen

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t}, \tag{5}$$

die Momentangeschwindigkeit ist dann laut Definition der Grenzwert der Durchschnittsgeschwindigkeit:

$$v(t) = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \lim_{\Delta t \to 0} \langle v \rangle = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \tag{6}$$

Wird ein Körper auf einer schiefen Luftkissenbahn (Neigungswinkel α) losgelassen, so verursacht der parallel zur Ebene aufteilbare Anteil der Erdbeschleunigung ($g_{\parallel} = g \sin \alpha$) eine konstante Beschleunigung, der senkrechte Anteil wird durch die Ebene kompensiert. Für die jeweiligen Wegintervalle können die Durchschnittsgeschwindigkeiten bestimmt werden:

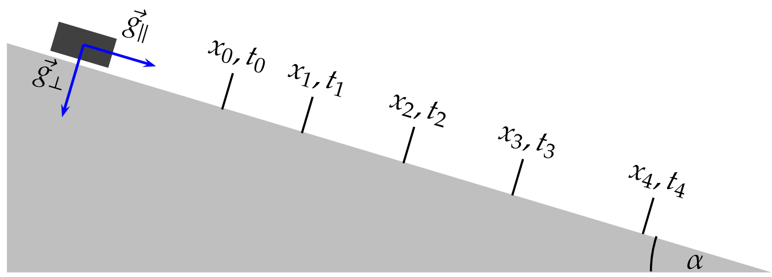
$$\left\langle v_{ij} \right\rangle = \frac{x_j - x_i}{t_j - t_i} \tag{7}$$

Mit Gleichung 4 folgt:

$$\begin{aligned} \left\langle v_{ij} \right\rangle &= \frac{\frac{1}{2}at_j^2 + v_0 t_j + x_0 - \frac{1}{2}at_i^2 - v_0 t_i - x_0}{t_j - t_i} \\ &= \frac{1}{2}a\frac{t_j^2 - t_i^2}{t_j - t_i} + v_0 \frac{t_j - t_i}{t_j - t_i} \\ &= \frac{1}{2}a\left(t_j + t_i\right) + v_0 \end{aligned} \tag{8}$$

2. Versuchsdurchführung

2.1 Aufbau



2.2 Ablauf

- Messung der Zeiten und Entfernungen
- Bildung der mittleren Geschwindigkeiten $\left\langle v_{0j} \right\rangle$ und $\langle v_{i4} \rangle$

- Zeichnung der Durchschnittsgeschwindigkeiten und Ausgleichsgeraden (lineare Regression) in lineares Koordinatensystem
- Bestimmung der Momentangeschwindigkeit am Anfang und Ende der Meßstelle durch Extrapolation
- Fehlerdiskussion

3. Meßwerte

# i, j	$t_{i,j}$ / s	$x_{i,j}$ / m	$\frac{x_i - x_0}{t_i - t_0}$ / ms^{-1}	$\frac{x_4 - x_j}{t_4 - t_j}$ / ms^{-1}
0	0	0	—	0,282
1	5,99	1,20	0,200	0,324
2	11,42	2,70	0,236	0,365
3	14,37	3,70	0,257	0,387
4	17,73	5,00	0,282	—

4. Auswertung

4.1 Lineare Regression

Da die Geschwindigkeit linear von der Zeit abhängt, kann für die Ausgleichsgerade die lineare Regression verwendet werden.

Sei $\left\langle v_{0j} \right\rangle = C + Bt_j$ eine lineare Funktion, so kann für die Varianz $\left(\left\langle v_{0j}\right\rangle - C - Bt_j\right)^2$ verwendet werden. Die Summe der Varianzen sei $s = \sum_{j=1}^{4}\left(\left\langle v_{0j}\right\rangle - C - BT_j\right)^2$. Für die lineare Regression soll die Fehlersumme minimal werden:

$$\frac{\partial S}{\partial C} = 0 \text{ und } \frac{\partial S}{\partial B} = 0$$

Daraus folgt:

$$C = \frac{\sum_{j=1}^{4}\left\langle v_{0j}\right\rangle \sum t_j^2 - \sum t_j \sum t_j \left\langle v_{0j}\right\rangle}{4\sum t_j^2 - \left(\sum t_j\right)^2} \tag{9}$$

$$B = \frac{4\sum_{j=1}^{4} t_j \left\langle v_{0j}\right\rangle - \sum t_j \sum \left\langle v_{0j}\right\rangle}{4\sum t_j^2 - \left(\sum t_j\right)^2} \tag{10}$$

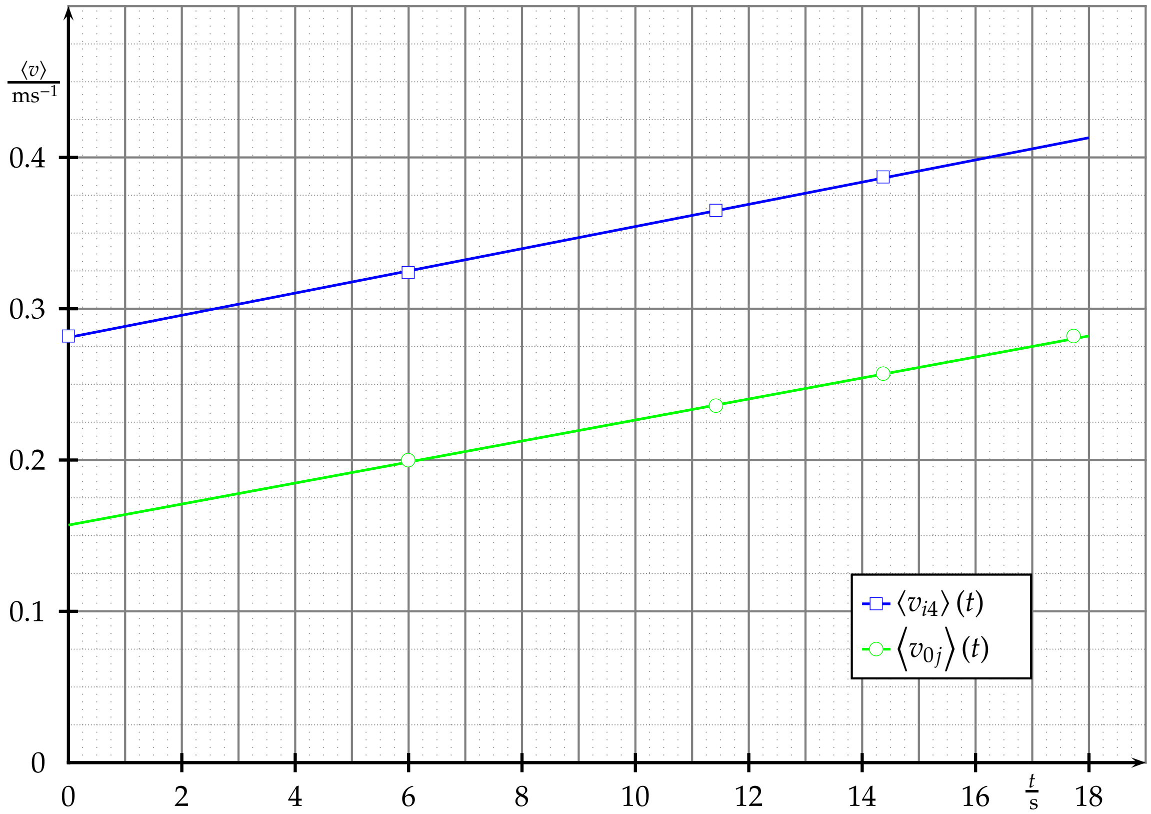
Für $\left\langle v_{0j}\right\rangle(t)$ erhält man mit den Meßwerten

$$C = 0,157\,\mathrm{ms}^{-1}$$
$$B = 6,97 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{ms}^{-2}$$

und für $\langle v_{i4}\rangle(t)$

$$C = 0,281\,\mathrm{ms}^{-1}$$
$$B = 7,32 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{ms}^{-2}$$

4.2 $\langle v \rangle (t)$-Diagramm mit linearer Regression



Für die Geschwindigkeit kann dann über die Werte der linearen Regression folgende Angaben gemacht werden:

$$v_0 = 0,157\,\mathrm{ms}^{-1}$$
$$v_4 = 0,411\,\mathrm{ms}^{-1}$$

4.3 Bewertung der Meßergebnisse

Die Meßwerte liegen sehr gut auf einer Geraden, größere Schwankungen sind nicht zu erkennen. Daraus kann man schließen, daß die Werte recht genau gemessen werden konnte. Dies bedeutet jedoch nicht, daß die Werte korrekt sind. Systematische Fehler wie Fehler in der Zeitmessung, Signalverarbeitungsverzögerungen usw. wurden nicht weiter ausgeschlossen. Zudem wurde die Reibung vernachlässigt, die trotz Luftkissenbahn weiterhin im geringeren Maße vorhanden ist.

Liste der Versionen

Version	Datum	Bearbeiter	Bemerkung
0.9	02.03.2007		Versuchsdurchführung
1.0	08.03.2007	Krä	Protokollerstellung